もう一度学ぶ電磁気学の世界

# 第21回 さまざまな伝送線路と導波管の電磁界

小暮裕明

**前回は配線路を伝わるエネルギーにこだわり，電気回路の電圧と電流による説明と，配線路の周りに分布する電界と磁界によるポインティング電力というもう一つの解釈を学びました．電力を管内に閉じ込めて運ぶ導波管伝送路にはカットオフという現象があり，また位相速度は光速を超え，自由空間の平行２線路とは異なる特性があることもわかりました．今回は導波管内の電磁界をさらに詳しく観察しながら，よく使われるさまざまな伝送線路との違いについて学びます．（筆者）**

## 1．導波管伝送路の特性

初めに，これまで本連載で扱ってきた代表的な伝送線路を，掲載順にp.68の**表1**にまとめておきましょう．

### ● 伝送線路の伝搬モード

伝搬モードは，伝送線路の形状によって決まる境界条件注1のもとでマクスウェルの方程式（本誌2004年5月号，pp.131-138の連載第3回を参照）を解くことによって得られます．電磁界シミュレータはマクスウェルの方程式を用いた解析エンジン注2により，これを離散（ディジタル）的に解くことができます．

交流理論や数値解析注3では，一般にsin（正弦）波を扱いますが，同軸線路や導波管内ではsin波で表される複数の独立した伝搬解が得られ，これらをモード番号の添え字を付けて表します．

**表1**では，平面波を除く伝送線路はすべて，金属導体のガイドを持っています．無損失導体では，導体表面に対して電界ベクトルは垂直に，磁界ベクトルは水平になるので，これらを境界条件として解くと，**表1**のような電磁界分布が得られます．導波管ではモード番号が増えるにつれて電磁界分布のパターンはより複雑になりますが[1]，電界ベクトルと磁界ベクトルは，空間のどの位置でも直交していることに注意してください．

### ● TEM波伝送路の特性インピーダンス

電界と磁界の大きさがわかれば，もう一つの重要な要素である特性インピーダンスが得られます．この値を知ることは，線路に接続する負荷に対して整合をとるために重要な意味があります．

平面波では電波インピーダンスや固有インピーダンスとも呼ばれますが，電界$E$と磁界$H$の比$|E|/|H|$で求められ

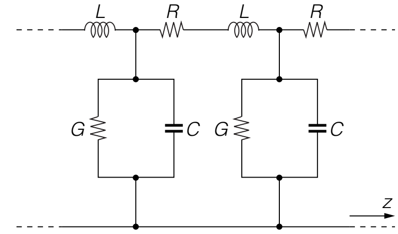


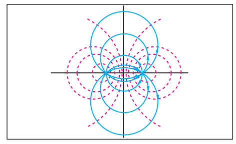
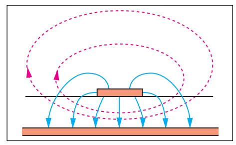
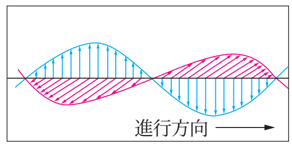
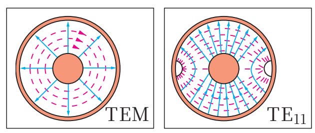
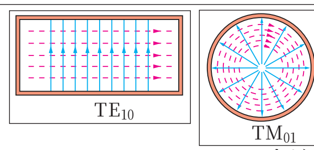

**図1 TEM波伝送路の分布定数回路表現**

$R$，$L$，$G$，$C$は単位長さ(1m)当たりの値を示す．これが線路に沿って広く分布する

注1：境界条件とは，2種類の媒質の境界面において電界と磁界に課する条件．
注2：ここでいうエンジンとは，動力の意味ではなく，特定の機能を提供するソフトウェアを指す．Webの検索エンジンも同様の意味．
注3：数値解析とは，パラメータを含まず，数値を直接用いて近似的に解く解析手法．機械系で用いられる有限要素法（FEM）や境界要素法（BEM）は，電磁界解析の手法としても発展している．

KeyWord 伝送線路，導波管，境界条件，数値解析，TEM波伝送路，特性インピーダンス，平行2線路，マイクロストリップ線路，自由空間，同軸線路，波動インピーダンス，伝搬定数

**表1**
**代表的な伝送線路**

| 名　称 | 伝搬モード | 電磁界分布（青線：電界，赤線：磁界） | 特性インピーダンス | 本連載掲載回 |
|---|---|---|---|---|
| 平行2線路（レッヘル線） | TEMモード |  | 例：300Ω（リボン・フィーダ）<br>$Z_0=120\ln\left(\frac{2d}{a}\right)$<br>$a$：線径，$d$：線間，lnは自然対数 | 第2回，第9回，第20回 |
| マイクロストリップ線路 | 準TEMモード |  | 例：20～110Ω　近似式の例：<br>$Z_0=30\ln\left[1+\frac{4h}{W_0}\left\{\frac{8h}{W_0}+\sqrt{\left(\frac{8h}{W_0}\right)^2+\pi^2}\right\}\right]$<br>$h$：誘電体厚<br>$W_0$：線幅（線厚ゼロの等価幅） | 第2回，第3回，第9回，第15回，第16回，第19回 |
| 自由空間（平面波） | TEM波 |  | 377Ω（電波インピーダンス）<br>$Z_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=120\pi\cong377$　[Ω] | 第7回，第15回，第20回 |
| 同軸線路 | TEM，$TE_{mn}$，$TM_{mn}$ | など | 例：50～300Ω<br>$Z_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$<br>$a$：内導体径，$b$：外導体径（TEMの場合） | 第14回，第15回，第19回 |
| 導波管 | $TE_{mn}$，$TM_{mn}$ | など | 例：493Ω（方形導波管 WRJ-4　4GHz）<br>$V_{BA}=-\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot ds$　方形$TE_{10}$の場合の波動インピーダンス<br>$a$：長辺寸法　$\lambda$：波長 | 第15回，第20回 |

$m$，$n$は，モード番号と呼ばれる0から始まる整数．同軸線路，導波管は，代表的なモードを示している

ます．平行2線路や同軸線路のようなTEMモードの場合も，電磁界シミュレータで得られた電界$E$と磁界$H$の大きさから，その線路の特性インピーダンスがわかります．

一方，TEM波伝送路では，**図1**のような分布定数回路表現（本誌2004年3月号，pp.115-122の連載第2回を参照）により，線間の電圧$V$と線路を流れる電流$I$から，特性インピーダンスは次の式で表されます（本誌2005年6月号，pp.133-140の連載第12回，および参考文献(2)を参照）．

$$Z_0=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで$R$，$L$，$G$，$C$は単位長さ（1m）当たりの値を示しています．これらは**図1**で空間に分離されているように表現されていますが，実際には線路に沿って広く分布しているわけです．

線路に損失がない場合は$R$と$G$をゼロとして，式(1)は次のようになります．

$$Z_0=\sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}}=\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \cdots\cdots(2)$$

式(2)は実数になるので，特性抵抗と呼ぶこともあります．

式(2)により線路の特性インピーダンスを求める方法もあります．例えば内導体径$a$，外導体径$b$の無損失導体を用いた中空パイプ状の同軸線路を考えると，単位長さ当たりの$C$と$L$は次の式で求められます(3)．

$$C_0=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$L_0=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad \cdots\cdots(4)$$

そこで，式(3)と式(4)を式(2)に代入して得られる$Z_0$は，**表1**に示した式の$\mu$を$\mu_0$に，$\varepsilon$を$\varepsilon_0$にしたものになります．

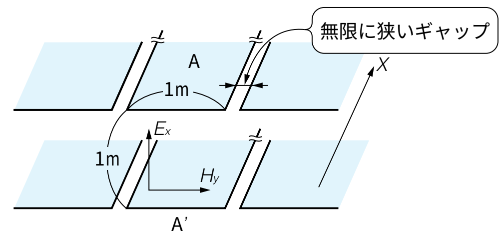
ところで，同軸線路は基本モード注4であるTEMモードで使いますが，**表1**に示すように高次モードも伝送します．これを避けるためには，それぞれのモードのカットオフ（遮断）波長$\lambda_c$よりも長い波長の電磁波を使う必要があります．

注4：基本モード（dominant mode）とは，もっとも低い周波数から伝搬するモード．導波管では遮断波長のもっとも長いモード．

## Column　等価回路の裏づけ

平面波の電界に垂直に無損失導体板を置いても界の分布は変わらないので，**図A-1**のような平行平板を考えます．AとA 'は$x$軸方向に無限に長く，端部効果をなくすために無限に狭いギャップを介して左右の板が隣接しています．ここでA，A '間は1mなので，電圧$V$は$E_x$[V/m]×1[m]になります．また電流$I$は$H_y$[A/m]×1[m]になります．

このように考えれば，平面波(さらにTEM波)の伝搬は，分布定数回路の電圧，電流の伝搬に置き換えて，等価的に解けることが裏づけられます[(3)]．




**図A-1　平面波の界に無損失導体板を置く**
AとA 'はx軸方向に無限に長く，端部効果をなくすために無限に狭いギャップを介して左右の板が隣接している

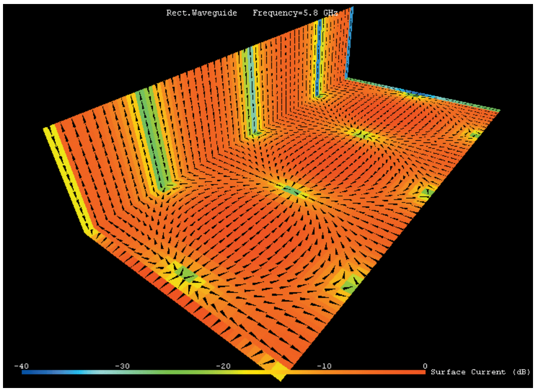



**図2　方形導波管内の表面電流分布**
Micro-Stripesで求めたもの．小さい二等辺三角形は電流の向きを表す．$x$，$y$，$z$軸方向にも電流が流れていることがわかる

**表1**のTE$_{11}$モードでは$\lambda_c$はほぼπ($a+b$)になり，特性インピーダンス50Ωの同軸線路では$b/a$が2.3なので，$\lambda_c$は約4.5$b$となります．このとき使用周波数を$f$[GHz]とすれば，直径[mm]は約133/$f$以下にする必要があることがわかります[(4)]．

### ● 導波管の波動インピーダンス

TEM波伝送の特性インピーダンスは，**図1**の分布定数回路により得られる電圧$V$と電流$I$の比で定義されます(上掲のコラム「等価回路の裏づけ」を参照)が，導波管にも適用できるでしょうか．

**図2**は，Micro-Stripes[注5]で求めた方形導波管内の表面電流分布です．小さい二等辺三角形は電流の向きを表しています．電磁波の進行方向に流れるTEMモードとは異なり，$x$，$y$，$z$軸方向にも流れていることがわかります．

**図3**は，Micro-Stripesを使ってマイクロストリップ線路の電磁界分布から電圧と電流を得る方法を示しています(本誌2005年12月号，pp.123-130の連載第15回，および参考文献(1)を参照)．厳密にはマイクロストリップ線路はTEMに準ずるモードなのですが，ここではTEMモードと仮定します．ストリップ導体の表面を1周分積算する，磁界の周回積分に相当する操作によって線路電流が得られます．また，電圧は「点Bと点Aの電位差」(本誌2004年7月号，pp.132-139の連載第4回を参照)を求める次式により得られますが，線路とグラウンドの間にある電界ブロックの値を積算する操作はこれに相当します．

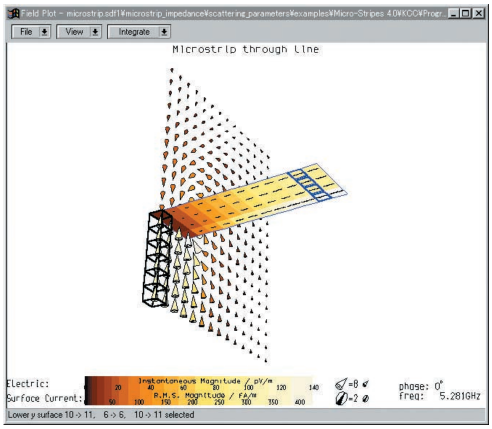



**図3　Micro-Stripesを使ってマイクロストリップ線路の電磁界分布から電圧と電流を得る方法[(1)]**
マイクロストリップ線路はTEMに準ずるモードだが，ここではTEMモードと仮定する．ストリップ導体の表面を1周分積算する，磁界の周回積分に相当する操作によって線路電流が得られる

$$V_{BA}=-\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot ds \quad \cdots\cdots(5)$$

しかし，この方法をそのまま導波管に適用しようとすると，電界を積算する際の積分路をどこに定めるべきか困ってしまいます．**図4**のTE$_{10}$モードは中央でよさそうです

注5：Micro-Stripes(マイクロストライプス)のWebサイト(http://www.flomerics.com/microstripes/)を参照．

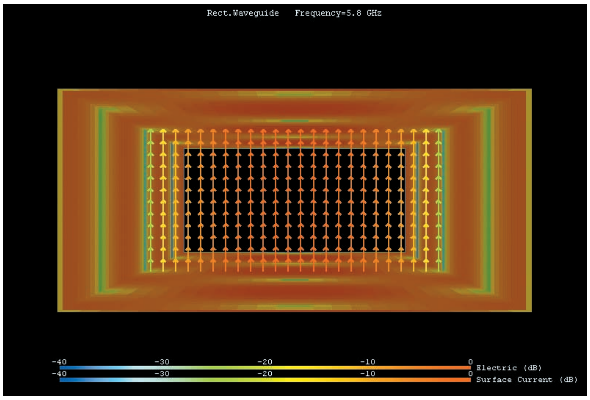
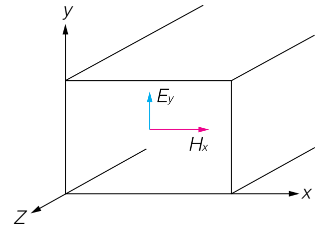


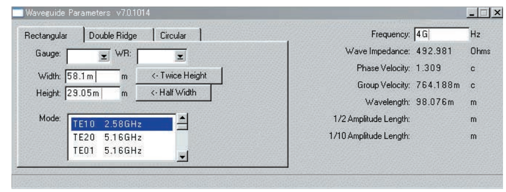

**図4 $TE_{10}$ モードの電界分布**

電界を積算する際の積分路は，$TE_{10}$ モードは中央でよさそうだ．ただし，ほかのモードの電界分布を考えると，つねに中央位置でよいとは言えない




**▶ 図5**
**電磁波の進行方向に垂直な面内の電界と磁界**

導波管では電圧の定義が困難なので，電磁波の進行方向に垂直な面内の電界と磁界の比で定義する．これを波動インピーダンスと呼ぶ（特性界インピーダンスとも言う）




**▶ 図6**
**Micro-Stripes の Waveguide Parameters**

波動インピーダンスを調べることができる

**表2**
**インピーダンスという用語の定義**

| 用　語 | 定　義 | 備　考 |
|---|---|---|
| インピーダンス<br>impedance | 交流回路の電圧，電流のベクトル表示 $\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{I}$ の比<br>$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{V}/\boldsymbol{I}$ | 複素インピーダンスとも言う．<br>$Z=R+jX$ と表示したとき，$R$ を抵抗，$X$ をリアクタンスと言う |
| 特性インピーダンス<br>characteristic impedance | TEM 波伝送の電圧，電流の比，あるいは電界，磁界の比 | 平行2線，同軸線路，ストリップ線路など．<br>波動インピーダンス，サージ・インピーダンスとも言う．<br>電界，磁界の比を，とくに特性界インピーダンスとも言う |
| 波動インピーダンス<br>surge impedance | 特性インピーダンスと同じ | 一義的な特性インピーダンスが定義できない導波管でとくに使われる．サージ・インピーダンスとも言う |
| 電波インピーダンス<br>wave impedance | 空間または媒質中を伝搬する平面波の電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{H}$ との比 $\boldsymbol{E}/\boldsymbol{H}$ | 波動インピーダンスとも言う<br>固有インピーダンスに等しい |
| 固有インピーダンス<br>intrinsic impedance | 媒質の誘電率 $\varepsilon$ と透磁率 $\mu$ を用いて $\sqrt{\mu/\varepsilon}$ で定義されるインピーダンス | 電波インピーダンスに等しい |

が，ほかのモードの電界分布を考えると，つねに中央位置でよいのか迷います．

このように導波管では電圧の定義が困難なので，**図5**に示すように，電磁波の進行方向に垂直な面内の電界と磁界の比で定義します．これを波動インピーダンスと呼びます（特性界インピーダンスとも言う）．方形導波管の $TE_{10}$ モードの場合を**表1**に示しますが，式に波長 $\lambda$ があることから，TEM モードとは異なり，周波数依存性があります．

中空の導波管では TE モード，TM モードの波動インピーダンス $\eta_{TE}$，$\eta_{TM}$ は，それぞれ次の式で表されます[(3)]．

$$\eta_{TE}=\frac{120\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \qquad \cdots\cdots(6)$$

$$\eta_{TM}=120\pi\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \qquad \cdots\cdots(7)$$

ここで $f_c$ はカットオフ周波数（本誌2006年6月号，pp.115-122の連載第20回を参照）ですが，伝搬可能な条件は $f>f_c$ ですから，$\eta_{TE}$ は $120\pi$（＝377）Ω よりも大きくなります．Micro-Stripes では，**図6**に示す Waveguide Parameters というツールを使って波動インピーダンスを調べることができます（**表2**にインピーダンスの定義をまとめる）．

## 2．導波管の発展

### ● 導波管の歴史

第2次世界大戦の1940年代にレーダの開発が盛んになり，マイクロ波を遠方まで届かせるために，高電力を伝送できる導波管が使われました．このころ日本では円形導波管の研究が進み，$TE_{0n}$ モードによって電磁波をきわめて低い損失で伝送できるという発見がなされました（戦時の機材不足で雨どいを代用したので円形導波管だったという逸話が残っている）．

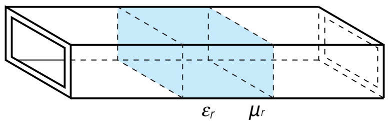



**図7　導波管内に誘電体や磁性体を充てんする**
部分的に特性インピーダンスと伝搬定数が変化する

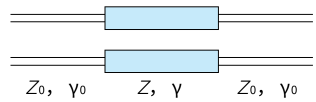



**図8　平行2線路による説明**
媒質を充てんする前の特性インピーダンスを$Z_0$，伝搬定数を$\gamma_0$で表し，比誘電率$\varepsilon_r$と比透磁率$\mu_r$を持つ媒質を充てんした部分の特性インピーダンスを$Z$，伝搬定数を$\gamma$で表している

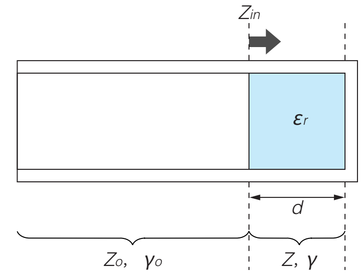



**図9　短絡法**
導波管内に充てんした試料の片面を短絡して$\varepsilon_r$を求める

電磁波の伝搬速度を表現する伝搬定数$\gamma$(pp.72-73のコラム「伝搬定数の意味」参照)の実部$\alpha$は，電磁波の振幅が距離に対して指数関数で減衰することを表しますが，円形導波管の$TE_{0n}$モードの減衰定数は$\alpha \propto f^{-3/2}$という関係が得られました(5).

これは周波数が高くなるほど減衰定数が小さくなることを意味するので，ミリ波による長距離伝送に向いています．しかしその後，光ファイバによる伝送技術が急激に発展したことで，実用化には至らなかったそうです(6)．またカットオフの制約から，波長が短くなると導波管の径も小さくなりますが，数mmのオーダになると加工精度が問題になったことも要因のひとつです．

筆者は1970年代後半にマイクロ波工学を学びました．当時は実験装置を導波管でつないで測定回路を組みました．発振器は商用電源のわずかな電圧変動によっても周波数が不安定になり，何度も測定をやり直しました．この年ある学生が初めてマイクロストリップ線路を使ったことを覚えています．

## ● 導波管内の媒質

**図7**に示すような導波管内や同軸管内に誘電体や磁性体を充てんすると，部分的に特性インピーダンスと伝搬定数が変化します．**図8**はこれを平行2線路で説明したものです．媒質を充てんする前の特性インピーダンスを$Z_0$，伝搬定数を$\gamma_0$で表し，比誘電率$\varepsilon_r$と比透磁率$\mu_r$を持つ媒質を充てんした部分の特性インピーダンスを$Z$，伝搬定数を$\gamma$で表しています．

**図7**のTEモードでは，これらの間には次の関係があります(7).

$$K = \frac{Z}{Z_0} = \frac{\mu_r \sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad \cdots\cdots (8)$$

一方，**図7**あるいは**図8**で媒質が充てんされている部分を特性インピーダンス$Z_0$に接続されている素子とみなせば，Sパラメータ$S_{11}(=S_{22})$，$S_{12}(=S_{21})$を式(8)の$K$で表し，ネットワーク・アナライザでSパラメータを測定することで試料媒質の$\varepsilon_r$と$\mu_r$を逆算できます．

**図9**は導波管内に充てんした試料の片面を短絡して$\varepsilon_r$($\mu_r=1$)を求める短絡法による測定を示しています．試料の厚さを$d$とすれば，試料の手前から見込んだインピーダンス$Z_{in}$を線路の特性インピーダンス$Z_0$で割った正規化[注6]インピーダンスは，次の式で表されます(7).

$$\frac{Z_{in}}{Z_0} = K \tanh \gamma d \quad \cdots\cdots (9)$$

式(9)の左辺はネットワーク・アナライザやインピーダンス・アナライザで測定できます．右辺の$K$と$\gamma$は$\varepsilon_r$の関数になっているので$\varepsilon_r$について解くことができるというのが短絡法の概要です．一方，$\mu_r$の測定は$d$を小さくして，短絡板の表面に磁界強度の腹ができることを利用して求め

注6：特性インピーダンスで割ることを正規化(nomalize)という．

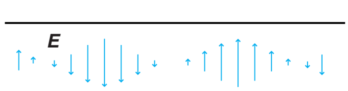



**図10　方形導波管内の電界**
左から右へ電磁波が進んでいる

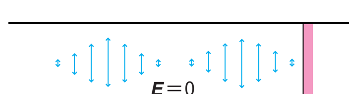



**図11　右端を金属板でふさぐ**
入射波と反射波は合成されて，定在波が立つ

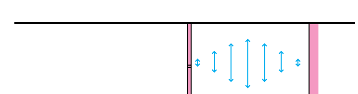


**図12　もう1枚の金属板を置く**
右端の終端板で反射した電磁波はこの金属板で反射されて共振現象が発生する

ます．ここでは電界強度はきわめて小さいので，$\mu_r$のみの測定ができるというわけです[7]．

### ● 電磁波を閉じ込める

**図10**は方形導波管内の電界を表しており，左から右へ電磁波が進んでいるとします．電界の向きを矢印の方向で表し，大きさは矢印の長さで表しています．このときに右端を金属板でふさいでしまうと，電磁波は反射して左に戻ってしまいますが，入射波と反射波は合成されて，**図11**のような定在波が立ちます．電界の大きさは右端の終端から半波長あるいはその整数倍の位置でつねにゼロになっています（自由空間での波長ではなく，導波管内での波長である管内波長の1/2）．

次に**図12**のようにもう1枚の金属板を置いたらどうなるでしょう．この位置は電界がゼロなので，閉じ込められた定在波には何の影響もありません．このように右端の終端板で

## Column 伝搬定数の意味

### ● αとβの意味

本文で示した**図1**の分布定数回路で，線路の無限小区間$dz$の変化に対する電圧の変化を$dV$，電流の変化を$dI$とすれば，オームの法則から次の式が得られます．

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad \cdots\cdots (B\text{-}1)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad \cdots\cdots (B\text{-}2)$$

式(B-1)と式(B-2)の両辺を$z$で微分して代入し合うと，$V$と$I$に関してまったく同じ微分方程式が得られ，次のように置いた$\gamma$を伝搬定数(propagation constant)と呼びます．

$$\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \quad \cdots\cdots (B\text{-}3)$$

$\gamma$は複素数なので，正の符号のほうをとって，

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad \cdots\cdots (B\text{-}4)$$

としたとき，実部$\alpha$を減衰定数(attenuation constant)，虚部$\beta$を位相定数(phase constant)といいます．

また先の微分方程式の解に，時間変化$e^{j\omega t}$を含めると，

$$V = V_1 e^{-\alpha z + j(\omega t - \beta z)} + V_2 e^{\alpha z + j(\omega t + \beta z)} \quad \cdots\cdots (B\text{-}5)$$

$$I = \frac{1}{Z_0}\left\{V_1 e^{-\alpha z + j(\omega t - \beta z)} - V_2 e^{\alpha z + j(\omega t + \beta z)}\right\} \quad \cdots\cdots (B\text{-}6)$$

となります（両式の物理的な意味を**表B-1**にまとめる）．

両式の右辺第1項は$e^{-\alpha z}$により，$+z$方向に指数関数的に減衰しながら進む波を表します．また第2項は$e^{\alpha z}$により，$-z$方向に指数関数的に減衰しながら進む波を表していることがわかります．ここで$\alpha$の大きさによって振幅の減衰のしかたが決まるので，これを減衰定数といいます．

次に第1項の位相の項$(\omega t - \beta z)$＝一定とすれば，両辺の微分をとり**表B-1**のように$v_{p1}$は正になります．これは位相一定の点（例えば正弦波の山の位置）が移動する速度，つまり位相速度$v_{p1}(=\omega/\beta)$を意味し，$\beta$を位相定数といいます（第2項についても同様）．

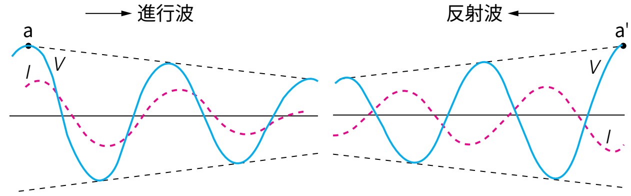
しかし式では納得できても，実際に進行波と反射波を分離してイメージするのは難しいでしょう．無損失線路では，本文の式(2)により$Z_0$が実数になりますから，式(B-6)から進行波の電圧と電流は同位相です．また反射波の電流は電圧を$-Z_0$で割った値ですから，電圧と電流は逆位相であることがわかります．これらから類推すれば，ある瞬間の進行波と反射波は**図B-1**のようになり，時間の経過とともにa点は右へ，a'点は左へ移動します[4]．

電磁気学の原点に戻って（本誌2004年2月号，pp.119-124の連載第1回を参照），**図B-2**に示すような電荷の移動が電圧$V$と電流$I$の波を作ると考えます．微小区間$\Delta z$に$\Delta Q$の電荷があり，その一部$\Delta Q_1$が$+z$方向，残りの$\Delta Q_2$が$-z$方向に進むとすれば，$V$は$\Delta Q$に比例($V \propto \Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$)します．右，左に進む電圧$V_1$，$V_2$も，同じ比例定数で$\Delta Q_1$，$\Delta Q_2$に比例しているので，$V = V_1 + V_2$となり，式(B-5)を表しています．

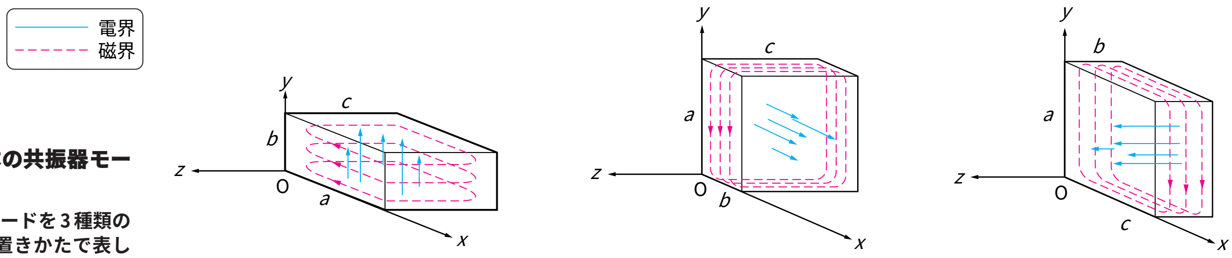
また$I$の正の方向を$+z$にとれば，$I \propto \Delta Q_1 - \Delta Q_2$となり，$V_1/Z_0$，$V_2/Z_0$は$\Delta Q_1$，$\Delta Q_2$に比例するので，$I = V_1/Z_0 - V_2/Z_0$となり，式(B-6)を表していることがわかります[3]．

**表B-1　式(B-5)，式(B-6)の物理的な意味**

| | 右辺第1項 | 右辺第2項 |
|---|---|---|
| 振　幅 | $z$の正の方向に指数関数的に減衰 | $z$の正の方向に指数関数的に増大 |
| 位相の項 | $(\omega t - \beta z)$ | $(\omega t + \beta z)$ |
| 位相速度 | $\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = V_{p1} > 0$ | $\frac{dz}{dt} = -\frac{\omega}{\beta} = V_{p2} < 0$ |
| 波の方向 | $z$の正の方向に進む | $z$の負の方向に進む |
| 名　称 | 入射波または前進波 | 反射波または後進波 |




**図B-1　ある瞬間の進行波と反射波**
時間の経過とともにa点は右へ，a'点は左へ移動する




（a）$TE_{101}$モード　（b）$TE_{011}$モード　（c）$TM_{110}$モード

**図13　直6面体の共振器モードの比較**

図12のモードを3種類の異なった置きかたで表した．呼びかたが異なるだけで共振の実体は同じ

### ● Sonnet Liteでわかる$\alpha$と$\beta$

無損失媒質中では$2\pi$を波長$\lambda$で割った値を波数（wave number）と呼び，$k$または$\beta$で表します（$\beta$は位相定数）．損失がある場合は伝搬定数を$\alpha + j\beta$に置き換えればよいので，$\alpha + j\beta$を波数とします．いまマイクロストリップ線路の実効比誘電率（複素数）$\varepsilon_{eff}$が得られれば，次の式に代入して，$\alpha$（実部）と$\beta$（虚部）がわかります．

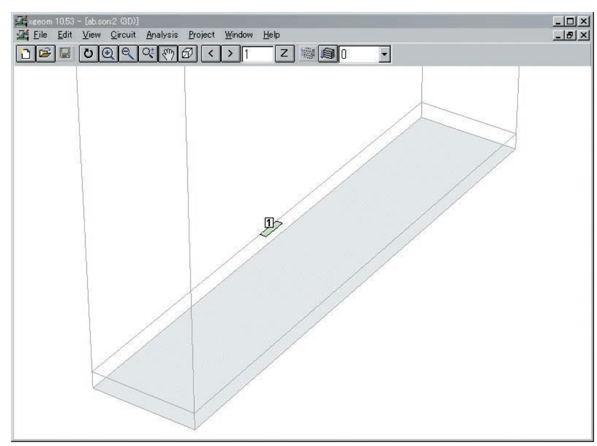
$$\alpha + j\beta = j\frac{2\pi\sqrt{\varepsilon_{eff}}}{\lambda_0} \qquad \text{(B-7)}$$

$\lambda_0$：自由空間における波長

**図B-3**は無償版のSonnet Lite[注B-1]でモデリングした先端開放のマイクロストリップ線路です．$\varepsilon_{eff}$が得られれば十分なので，Boxの$x$方向を16mm，線路をさらに短く1mmにしています．

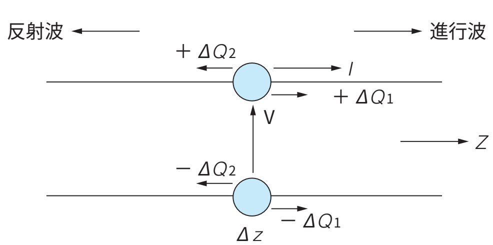
**図B-4**は結果の表示です．$E_{eff}$＝(3.6911912 －0.0942367)が5GHzにおける実効比誘電率の実部と虚部です．これらの値から，$\alpha + j\beta$は$2.57 + j201$になります．$\alpha$は2.57［Np（ネーパ）/m］です．1Np＝8.686dBですから，$\alpha$は22.3［dB/m］になります．また$\beta$の単位はrad（ラジアン）/mです．

以上はSonnet社の社長Dr. Rautioに教えていただいた方法です（Sonnet技研のWebサイト http://www.sonnetsoftware.co.jp/support/tips/gamma/gamma.html から，式(B-7)を計算するExcelファイルがダウンロードできる）．




**図B-3　先端開放のマイクロストリップ線路のモデル**

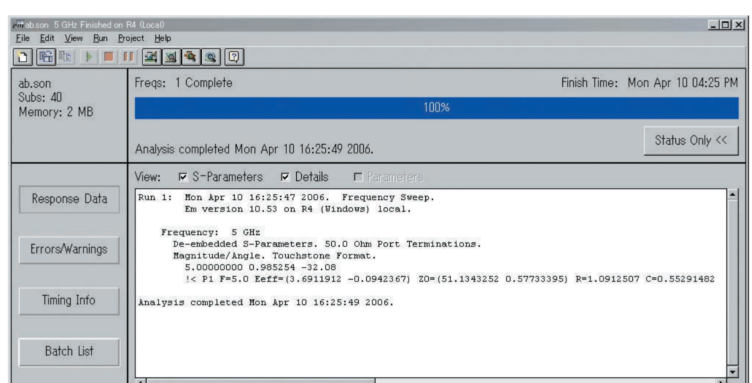
無償版のSonnet Liteでモデリングしたもの．Boxの$x$方向を16mm，線路をさらに短く1mmにしている




**図B-2　電荷の移動が電圧$V$と電流$I$の波を作る**

微小区間$\Delta z$に$\Delta Q$の電荷があり，その一部$\Delta Q_1$が＋$z$方向，残りの$\Delta Q_2$が－$z$方向に進むとすれば，$V$は$\Delta Q$に比例（$V \propto \Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$）する

注B-1：無償版のSonnet Liteは，本誌2006年7月号付属CD-ROMに収録されている．Sonnet技研のWebサイト（http://www.sonnetsoftware.co.jp/）からもダウンロードできる．




**図B-4　先端開放のマイクロストリップ線路のシミュレーション結果**

$E_{eff}$＝(3.6911912 －0.0942367)が5GHzにおける実効比誘電率の実部と虚部

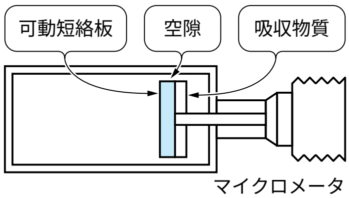



**図14　マイクロ波波長計**

空胴共振器を利用している

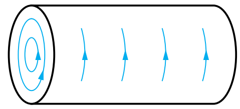


**図15　$TE_{011}$ モードを用いた波長計のキャビティ内の電流分布**

可動短絡板と壁との間には電流の流れがないため，図14のように空隙を設けられる

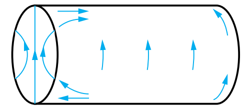


**図16　$TE_{111}$ モードを用いた波長計のキャビティ内の電流分布**

電流が可動短絡板と導波管の接触部を横切るため，密着して接触抵抗をできる限り小さくする必要がある

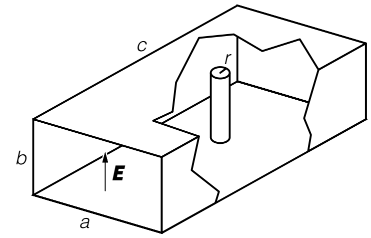



**図17　摂動法の測定装置**

誘電体の誘電率や磁性体の透磁率を求める

反射した電磁波はこの金属板で反射されて共振現象が発生します．これは空胴（キャビティ）共振器と呼ばれています．

現実には完全に密閉するわけにはいきませんから，**図12**に示すような位置に小さな結合孔をあけています．また閉じ込められた定在波の山は一つに限らず複数個も可能ですから，これらを共振のモード（姿態）と呼んでいます．**図13**は，**図12**のモードを3種類の異なった置きかたで表したものです．呼びかたが異なるだけで共振の実体は同じです[1]．

## ● キャビティの応用

空胴共振器を利用した機器として**図14**の波長計があり，筆者も学生時代に使いました．$TE_{011}$ モードを用いた波長計は**図15**のようなキャビティ内の電流分布になります．$TE_{111}$ モードも可能ですが，**図16**のように電流が可動短絡板と導波管の接触部を横切るため，密着して接触抵抗をできる限り小さくする必要があります．

一方，$TE_{011}$ モードではこの部分の電流の流れはなく，**図14**のように空隙を設けられます．また空隙から漏れた不要のモードを，電波吸収物質によって抑えられるというメリットもあります．

結合孔で波長計に電磁波を結合し，出力を検波[注7]して共振状態のマイクロメータを読めば，被測定電磁波の波長がわかります．このように空胴共振器の一部の寸法を変えることで共振周波数が変わりますが，電界あるいは磁界の強い場所にネジを置き，その長さを調節することでも共振周波数を変えることができます．

また空胴内に媒質を置くことでも共振周波数は変化します．**図17**は筆者が学生時代使った測定装置です．直6面体の空胴共振器内に，小さな誘電体材料を挿入したときの共振周波数の変化から，誘電体の誘電率や磁性体の透磁率を求めるというもので，摂動法（perturbation method）と呼ばれています[8]．

## ● まとめ

伝送線路の種類はさまざまですが，電磁気学的にはどれも「電界と磁界が電力を伝える路」です．線路の導体は単なるガイドにすぎず，空間を伝わる電磁波はそれすら必要としません．しかし伝送路の構造は界を決定する重要な役割を果たし，さまざまな伝搬モードが発生します．長かった2導体線路の歴史の果てにようやく登場した導波管．第2次大戦後，日本の電磁波の権威が「1本の導体で電力を送ることができるか」と叱責した逸話[9]には，味わい深いものがあります．

注7：検波とは，高周波電流を検知すること．

**参考・引用＊文献**


(1) 小暮裕明；電磁界シミュレータで学ぶ高周波の世界，CQ出版，2003年（第6版）．
(2) 小暮裕明；シグナル・インテグリティと電磁界解析（後編）－線路の導体損失/三つの周波数レンジ－，Design Wave Magazine，pp.135-141，2001年1月号．
(3) 内藤喜之；情報伝送入門，昭晃堂，2002年（初版18刷）．
(4) 小西良弘；マイクロ波回路の基礎とその応用，総合電子出版社，2000年（第5版）．
(5) 山下榮吉；電磁波工学入門，産業図書，1987年（初版第5刷）．
(6) 山下榮吉；マイクロ波回路解析の考え方，MWE 2004 基礎講座．（以下のWebサイトからダウンロードできる．http：//www.apmc-mwe.org/mwe2005/src/TL/TL04-01.pdf）
(7) 環境電磁ノイズハンドブック，朝倉書店，1999年（初版）．
(8) 小暮裕明；共振によるトラブルを探る－パッケージやハウジングの共振問題－，Design Wave Magazine，pp.129-136，2002年3月号．
(9) 後藤尚久；図解・アンテナ，電子情報通信学会，1995年（初版）．



**こぐれ・ひろあき**
**小暮技術士事務所・技術士（情報工学部門）**
**http：//www.kcejp.com/**